El uso del foro virtual para actividades de generalización de patrones numéricos

Oscar Alonso Ojeda Silva

Maestro en Ciencias en Matemática Educativa, del Centro de Investigación en Ciencia Aplicada y Tecnología Avanzada (CICATA), Unidad Legaria, del Instituto Politécnico Nacional.

Resumen

Se investiga la mirada profesional de los docentes en el proceso de generalización de patrones en estudiantes de álgebra del bachillerato tecnológico bivalente a distancia del Instituto Politécnico Nacional. Se diseñó una secuencia didáctica en un foro de discusión en línea para que los estudiantes identificaran un patrón. Esto con el fin de analizar su proceso de generalización a partir del reconocimiento de las estrategias y dificultades al resolver las actividades, así como de la interpretación de las estrategias para decidir cómo actuar, y, en consecuencia, mejorar o ampliar el proceso empleado. Se concluye que los elementos de la mirada profesional pueden ser utilizados como un marco de análisis del trabajo de los estudiantes en el proceso de generalización de patrones en una modalidad educativa a distancia.

Palabras clave: Mirada profesional; educación en línea; foro de discusión; generalización de patrones.

DOI: https://doi.org/10.36888/udual.universidades.2023.98.000

Uso do foro virtual para atividades de generalização de padrões numéricos

Resumo

Investiga-se o olhar profissional dos professores no processo de generalização de padrões nos estudantes de álgebra no bacharelado tecnológico bivalente a distância do Instituto Politécnico Nacional. Foi planejada uma sequência didática em um foro de discussão em linha para os estudantes identificarem um padrão, com o fim de analisar o processo de generalização a partir do reconhecimento das estratégias e dificuldades na resolução das atividades, assim como a interpretação das estratégias para decidir como atuar, e, em consequência, melhorar ou ampliar o processo usado. A conclusão é que os elementos do olhar profissional podem ser utilizados como marco de análise do trabalho dos estudantes no processo de generalização dos padrões em uma modalidade educacional a distância.

Palavras-chave: olhar profissional; ensino em linha; foro de discussão; generalização de padrões.

The Use of Virtual Forum for Numerical Pattern Generalization Activities

Abstract

This study delves into the professional perspective of teachers in the pattern generalization process among high school students studying algebra in the distance bivalent technological program at the National Polytechnic Institute (IPN in Spanish). A didactic sequence was devised within an online discussion forum, aiming to prompt students in discerning patterns. The objective was to analyse their generalization process by recognizing strategies and challenges encountered during activity resolution. Additionally, the study explores the interpretation of these strategies to inform decision-making, thereby facilitating the enhancement or expansion of the applied process. The findings affirm that the constituent elements of the professional perspective can serve as an effective analytical framework for evaluating student's work in the pattern generalization process within the context of distance education.

Keywords: professional approach, online education, forum, pattern generalization

Introducción

Las investigaciones sobre las dificultades en el aprendizaje del álgebra se han direccionado a la enseñanza tradicional, y a menudo rígida, en el aula de clases, donde múltiples investigadores han reconocido el uso de actividades de generalización de patrones como un camino hacia el razonamiento algebraico. Coinciden en la importancia de descubrir patrones, así como de comunicarlos y expresarlos en lenguaje algebraico, por lo que los docentes deben ser capaces de identificar, describir y explicar los pasos que elaboran los estudiantes para resolver estos problemas; es decir, mirar profesionalmente las situaciones de enseñanza (Sherin *et al.*, 2011).

La mayoría de los trabajos resaltan la labor de los docentes que se desempeñan en aulas con espacios físicos diseñados para la enseñanza dirigida al desarrollo de estas habilidades de manera presencial. Pero, ¿cómo se logra esta mirada profesional en la educación a distancia como sistema flexible en tiempo y espacio, que se desarrolla a través de las TIC? Cuando la interacción y el ambiente profesor-alumno son diferentes.

En este contexto, la importancia de este trabajo radica en la comprensión del papel de los docentes en apoyo al proceso de generalización de patrones en la educación a distancia, desde la pedagogía y la didáctica hasta propiciar el desarrollo del razonamiento algebraico en un foro de discusión como medio de comunicación con los estudiantes.

Estado del arte

Los entornos virtuales han dado lugar a investigaciones que comparan los resultados del aprendizaje en entornos tradicionales con los de la educación a distancia en línea. Tal es el estudio de Tularam (2018), enfocado en el aprendizaje de matemáticas, en el que se encontró que los estudiantes de educación a distancia en línea son generalmente adultos con compromisos laborales y familiares, lo que hace que tal modalidad sea más apropiada para ellos. Aunado a ello, muchos estudiantes que eligen la educación en línea se han tomado un descanso en sus estudios, por lo que pueden tener mayores dificultades para aprender matemáticas. Esto se debe a que, cuando el contenido se presenta de forma acumulativa, puede haber ausencias importantes.

Tularam (2018) afirma que estas dificultades no se resuelven fácilmente en las aulas virtuales, ya que en matemáticas resulta complicado incluir herramientas de evaluación adecuadas, por lo que identifica al docente como un sujeto clave para presentar los contenidos y realizar intervenciones en tiempo oportuno, así como para orientar la reflexión del estudiante y cumplir con los objetivos educativos propuestos.

“La pandemia covid-19 ha venido generando cambios y disrupciones en amplios sectores de la actividad humana. La educación ha sido uno de los más afectados debido a la imposición administrativa del cierre total de los centros educativos en gran parte de los países del mundo” (Aretio, L. G., 2021). El proceso de enseñanza y aprendizaje sufrió un cambio significativo en esta época, en la que repentinamente cambió la forma de impartir la educación, debido a la necesidad sanitaria de cerrar las instituciones educativas en la mayor parte del mundo. Se implementaron acciones mediáticas para tratar de continuar, en la medida de lo posible, con las actividades que resultaron afectadas, especialmente con la comunicación del alumno con el profesor para no interrumpir el año escolar. Según estadísticas de la ONU, al 20 de abril de 2020, la población mundial estudiantil afectada fue de 91.3% por el cierre de escuelas, lo que implica 1,575,270,054 millones de estudiantes. Para cada institución educativa, este hecho implicó investigar y experimentar las soluciones tecnológicas que se encontraban a su alcance. Se adaptaron a los resultados y configuraron modelos de aprendizaje que, con el tiempo, fueron mejorando. Podemos observar en la siguiente figura las principales herramientas tecnológicas utilizadas por estas instituciones en 2020.

Figura 1. Principales herramientas tecnológicas utilizadas por instituciones educativas en 2020

Nota: Esta imagen es de baja resolución de origen. Fuente: https://toptools4learning.com/top-tools-by-category/

Esta fuente refiere que, en comparación con 2020, en 2021 las organizaciones e instituciones educativas han explorado una variedad más amplia de herramientas para continuar con sus labores. Las plataformas de videoconferencia como YouTube, Zoom y Teams siguen siendo las más utilizadas, y las herramientas de participación en vivo como Kahoot y Edpuzzle han subido algunas posiciones. Esto sugiere que las reuniones en línea continúan y que se ha brindado mayor interactividad entre los usuarios. La demanda de las herramientas de pizarra en línea ha incrementado por la misma razón; es decir, por la iniciativa de brindar mayor colaboración durante las reuniones en vivo, tal es el caso de Miro, Mural y Google Jamboard.La posición de los sistemas de gestión de aprendizaje (LMS por sus siglas en inglés) no ha cambiado respecto de un año con otro; con ello se deduce que el disponer de alguno podría significar un esfuerzo significativo para las instituciones, por lo que optan por alguna de las aplicaciones o plataformas abiertas, al considerar que gran parte de los estudiantes quizás solo tengan acceso a dispositivos móviles. Y esto conllevó a la configuración de distintos modelos de aprendizaje a partir de los programas de estudios, de la habilidad de los profesores en el uso de la tecnología y en función de los recursos existentes.

En cuanto a la educación a distancia, poco se ha salido de la zona de confort en esta época. Es una modalidad con experiencia y esencial para la sociedad actual por ser una opción para las personas que, por diferentes motivos, ya sean familiares, laborales o económicos, por alguna discapacidad o el lugar de residencia, no pueden aspirar a continuar con sus estudios asistiendo de manera presencial a un centro educativo. Frente a estos retos, la educación a distancia se ha transformado en una opción viable y demostró ser capaz de cumplir con los objetivos que la sociedad necesita, toda vez que cuenta con los métodos, técnicas y recursos necesarios para mejorar el proceso de enseñanza-aprendizaje.

La mayoría de las investigaciones en cuanto al aprendizaje de matemáticas a distancia se basa principalmente en las ventajas de la utilización de la tecnología para atender problemas de índole social, así como la automatización de ciertos ejercicios con el apoyo de las TIC para incrementar las representaciones matemáticas. Sin embargo, no se enfocan en demostrar las problemáticas presentadas durante el ejercicio en cuanto al aprendizaje del alumno; colocan sobre la mesa las propiedades favorables de los recursos tecnológicos para ser aprovechados en ejercicios en específicos y no en una meta de aprendizaje.

Entre las aportaciones que se podrían rescatar para visualizar las problemáticas demostradas en este aspecto, se encuentran las de Masouros y Alpay (2010), quienes advierten que la comprensión de las matemáticas por parte de los estudiantes está relacionada con el enfoque de enseñanza adoptado, y es probable que tanto la *enseñanza abstracta* como la *basada en aplicaciones* conduzcan a diferentes resultados de aprendizaje deseables. Esto es debido a que la mayoría de los profesores no utiliza recursos en línea para apoyar activamente su enseñanza, sino que utiliza entornos virtuales de aprendizaje (VLE por sus siglas en inglés) principalmente como un repositorio para el material del curso.

Marco teórico

Hay dos tipos de comunicación en la educación a distancia en línea: síncrona y asíncrona. La sincrónica se asemeja a la modalidad presencial del proceso de aprendizaje cuando todos los participantes deben estar presentes en la lección al mismo tiempo, lo que supone una limitación para los estudiantes que prefieren esta modalidad por flexibilidad para decidir el horario de estudio. Por otro lado, aunque la versión asincrónica del aprendizaje a distancia en línea supera las limitaciones de la rigidez de los horarios preestablecidos, si la coordinación no es buena y se utilizan incorrectamente las herramientas, se reducirá la posibilidad de que los estudiantes se sientan "sincronizados" con la clase, e incluso que experimenten soledad en el estudio. Una sugerencia es utilizar herramientas de foro, tal como lo describe Moya (2008), quien menciona que pueden convertirse en escenarios de comunicación virtual que promuevan el debate, la concertación y el consenso de ideas. De manera similar, Arango (2004) los describe como herramientas que permiten a los usuarios publicar mensajes en cualquier momento y permanecer visibles para que otros usuarios que ingresan en diferentes momentos puedan leerlos y responderlos.

Estas características del foro permiten a los profesores apoyar el aprendizaje y el razonamiento de los estudiantes en este modelo educativo, a partir del diseño de actividades basadas en la participación de los estudiantes, la exploración de ideas, la generación de hipótesis, la formulación de preguntas y el desarrollo que los profesores proporcionan.

Mason (2002) define la mirada profesional como la capacidad de un docente para comprender la situación de aprendizaje de un estudiante. Considera dos dimensiones: *darse cuenta de* y *darse cuenta* para. Jacobs *et al.* (2010) orientan su trabajo a las decisiones de los docentes en función de las estrategias orales o escritas utilizadas por sus alumnos. Los autores señalan que los profesores deben identificar estas estrategias, interpretar sus entendimientos y utilizarlos para decidir cómo responder.

Por otro lado, Callejo y Zapatera (2018) reconocen la generalización de patrones como un proceso y sugieren estadios por los que los estudiantes atraviesan. El primero es la identificación de términos cercanos a la sucesión; el segundo es la determinación de relaciones funcionales y el tercero es el reconocimiento de relaciones inversas.

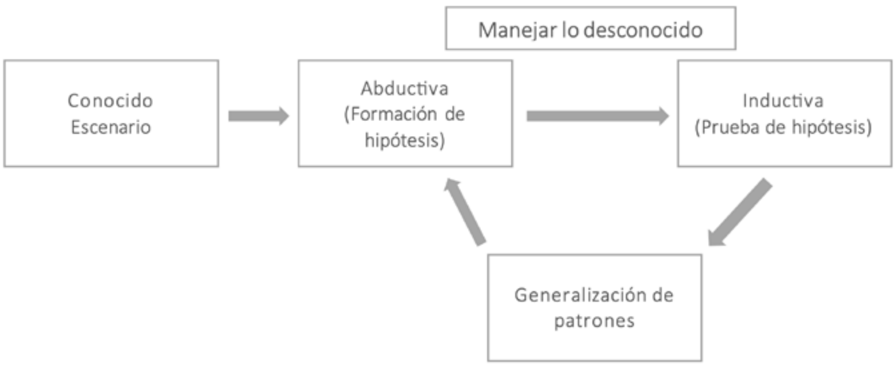
La generalidad es la vida de las matemáticas y el álgebra es el lenguaje para expresar la realidad (Mason, 1999). La generalización de patrones se considera uno de los métodos más importantes para introducir el álgebra en las escuelas (Radford, 2010), porque permite exponer a los estudiantes a situaciones cambiantes, lo cual es esencial para el desarrollo y evolución del pensamiento algebraico en otros conceptos dentro del cálculo.

Al respecto, los autores Flores y Chávez (2013) sugieren que si los estudiantes son capaces de generalizar algunos de los resultados a partir de la exploración de patrones en actividades de resolución de problemas, tendrán menos dificultades para comprender el concepto de función. Al estudiar el proceso de generalización de estudiantes de bachillerato, los autores concluyeron que partir de la identificación de patrones y su generalización (uso del razonamiento inductivo) es de utilidad para la comprensión del concepto *literal* como un número generalizado y como variable, así como del concepto *función lineal* como una relación de dependencia entre dos variables.

Por su parte, Rivera (2010) explica que generalizar patrones propicia la formación de una estructura eficiente y algebraicamente útil, basada en la coordinación de las habilidades de razonamiento perceptivo y simbólico de los estudiantes, que podrían transmitirse a través de una formulación directa. También muestra que la construcción de un conjunto significativo de modelos conduce a la coordinación de dos acciones interrelacionadas:

1. Una acción abductiva-inductiva, que implica el uso de técnicas de contar y construir objetos o partes discretas para formar un patrón algebraicamente útil.
2. Una acción simbólica, que traduce la primera acción a una forma de generalización algebraica. La abducción se sitúa en el núcleo del proceso de generalización porque une lo conocido con lo desconocido, como se muestra en la Figura 2. Se explora una posible regla que puede explicar el escenario o las etapas conocidas y, al mismo tiempo, utilizarla para construir las etapas desconocidas en cualquier patrón dado con elementos incompletos. Esto significa que se genera una hipótesis que explica uno de los patrones, el cual se debe probar al ampliarlo en las tareas cercanas a la generalización. Así, en la fase inductiva se constata la regla formulada, y a partir de esto surge una generalización, cuya consecuencia es permitir a los estudiantes abordar tareas de generalización más lejanas.

Figura 2. Acción abductivo-inductiva que implica la generalización de patrones



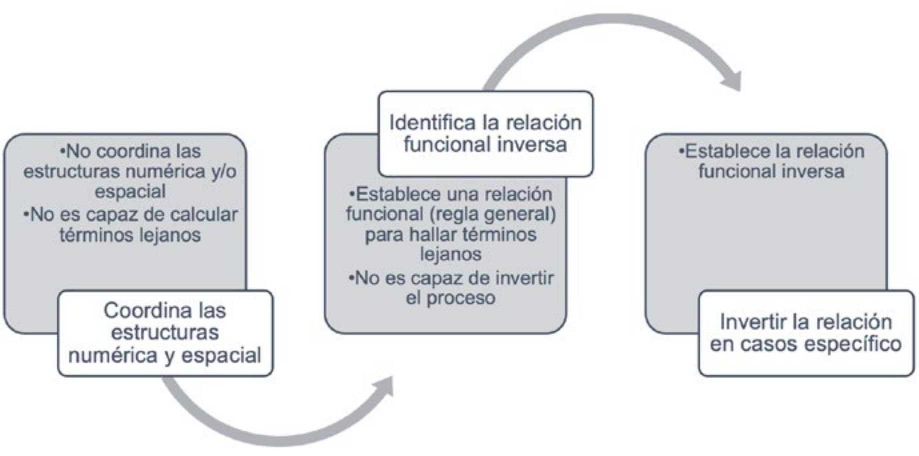
Coinciden Davydov (2008) y Rivera (2013) en que la generalización de patrones implica buscar ciertas propiedades esenciales o invariantes en una clase de objetos, como algo recurrente o estable. Para estos autores, generalización significa la capacidad de identificar elementos comunes en una secuencia de objetos, con el fin de extender o generalizar estas características a todos los términos posteriores, siendo capaz al mismo tiempo de utilizar la generalidad para formular una expresión directa para cualquier elemento de la secuencia. De este modo, la generalización es la capacidad de pasar de lo específico a lo general y de ver lo general en lo específico. Por tanto, como señala Radford (2006), desarrollar esta habilidad requiere adoptar estrategias de observación con los objetos con los que se trabaja.

De manera similar, Radford (2008) reconoce que generalizar patrones se basa en descubrir una propiedad común entre los elementos de una secuencia, atribuir esa propiedad a todos los términos y encontrar reglas para calcularlos. También, enfatiza tres elementos matemáticos en la generalización de patrones: estructuras numérica y espacial, relación funcional y relación funcional inversa. La estructura numérica se obtiene a partir del número de elementos de cada elemento de la secuencia, mientras que la estructura espacial se obtiene de su distribución (Radford, 2014). Los elementos de una secuencia están relacionados con la cantidad de elementos que contiene usando una relación funcional y está dada por la cantidad de elementos. Encuéntrala usando la función inversa.

Del uso de las estructuras numérica y espacial, la relación funcional y la relación funcional inversa, se derivan los procesos cognitivos necesarios para que los estudiantes comprendan el proceso de generalización: coordinación entre estructuras espaciales y numéricas, pensamiento funcional y reversibilidad (Callejo y Zapatera, 2017). El estudiante combina las dos estructuras cuando identifica el patrón que las conecta; por lo que demuestra su pensamiento funcional al relacionar dos o más cantidades que varían (Smith, 2008), cuando relaciona de forma numérica, verbal o algebraicamente cualquier elemento de una secuencia con la cantidad de elementos que la componen, y domina la reversibilidad cuando es capaz de reconocer la posición en la secuencia de un determinado término a partir del número de elementos que lo componen. Los autores identifican los siguientes tres estadios (Figura 3) en el proceso de generalización de patrones por parte de los alumnos:

1. El estudiante continúa la sucesión con términos cercanos, sin coordinar las estructuras espacial y numérica. Esto le dificulta el cálculo de elementos de términos lejanos.
2. El estudiante coordina las estructuras espacial y numérica, lo cual le permite reconocer una relación funcional y expresarla en una regla para hallar la posición de cualquier término de la sucesión.
3. El estudiante identifica la relación inversa para invertir la regla en casos específicos.

Figura 3. Estadios en el proceso de generalización de patrones



Metodología

Se diseñaron seis actividades basadas en los estadios del proceso de generalización de patrones propuestas por Callejo y Zapatera (2011, 2018), para propiciar la transición de los estudiantes de un estadio a otro como lo muestra la Tabla 1.

Tabla 1. Actividad de generalización de patrones

En estas actividades, los alumnos deben emplear estrategias funcionales, ya que el objetivo es que el estudiante relacione la posición de la figura y el número de elementos mediante una función afín:

$$f(n)=a \cdot n+b \quad (b \neq 0)$$

En la siguiente figura, indica cuántas bolas blancas habrá en la Figura 5.

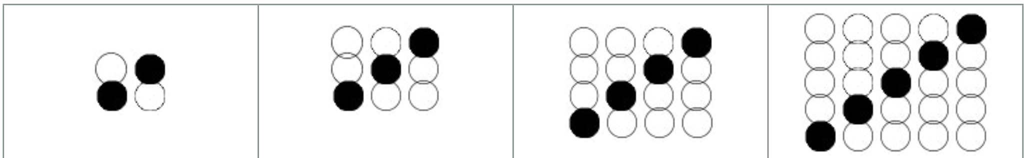


Figura1	*Figura 2*	*Figura 3*	*Figura 4*

1. ¿Cuántas bolas blancas tendrá la siguiente figura?
2. ¿Cuántas bolas blancas tendrá la décima figura?
3. ¿Qué número de figura tendrá 90 bolas blancas? ¿Cómo obtienes la respuesta? Explica.¿Cuál sería una expresión algebraica que te permita calcular el número de bolas blancas para la figura que se encuentra en el lugar n? ¿Cómo obtienes la respuesta? Explica.

El patrón de formación es:

- Figura 1: 1*2=2
- Figura 2: 2*3=6
- Figura 3: 3*4=12
- Figura 4: 4*5=20

Fórmula N=n*(n+1)

Figura 5: 5*6=30

Las actividades, junto con las preguntas, proporcionaron escenarios para que los estudiantes pudieran observar una diferencia constante y consiguieran realizar el proceso directo de la generalización (cercana y lejana), así como la generalización en los dos sentidos (directo e inverso) y de coordinar las estructuras espacial y numérica de una determinada secuencia. Además, se generaron escenarios para que relacione dos variables a partir de la posición de una figura y el número de elementos mediante una función, y se le solicita la expresión verbal y simbólica de la regla general.

Para que el profesor reconociera e interpretara las estrategias empleadas por cada estudiante, se recuperaron los elementos de la metodología propuesta por Callejo y Zapatera (2018), sobre los estadios de comprensión de generalización de patrones y de las estrategias de resolución de problemas para construir una rúbrica que apoyara la identificación del estadio de comprensión en el que se encontraba el estudiante durante el desarrollo de las actividades.

Tabla 2. Rúbrica de estrategias de resolución los problemas / Estadios de comprensión de la generalización de patrones

<table>
<tr><th colspan="2">Estadios de comprensión de la generalización de patrones/ Estrategias de resolución de problemas</th><th>(1) Continúa la sucesión para términos cercanos</th><th>(2) Coordina las estructuras espacial y numérica y relación funcional</th><th>(3) Identifica la relación inversa</th><th>(4) Calcula cualquier término de la secuencia</th></tr>
<tr><td colspan="6">Estrategia directa (D)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Estrategias aditivas</td><td>Con dibujo (RD)</td><td>1-RD</td><td>2-RD</td><td>3-RD</td><td>4-RD</td></tr>
<tr><td>Recuento iterativo (RI)</td><td>1-RI</td><td>2-RI</td><td>3-RI</td><td>4-RI</td></tr>
<tr><td>Recuento recursivo (RR)</td><td>1-RR</td><td>2-RR</td><td>3-RR</td><td>4-RR</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Estrategias funcionales</td><td>Función local (FL)</td><td>1-FL</td><td>2-FL</td><td>3-FL</td><td>4-FL</td></tr>
<tr><td>Función global (FG)</td><td>1-FG</td><td>2-FG</td><td>3-FG</td><td>4-FG</td></tr>
<tr><td colspan="2">Estrategias proporcionales (EP)</td><td>1-EP</td><td>2-EP</td><td>3-EP</td><td>4-EP</td></tr>
<tr><td colspan="6">Otras estrategias (O)</td></tr>
</table>

Para interpretar las evidencias identificadas, se construyó una matriz analítica (Tabla 3) con los elementos matemáticamente significativos, lo que permitió al profesor situar el desarrollo matemático de los estudiantes en una escala progresiva de estadios de la comprensión de generalización de patrones.

Tabla 3. Matriz analítica del progreso de los estudiantes en el proceso de generalización de patrones

Mirada del profesor / Actividad	Identificar aspectos del proceso de generalización de patrones	Interpretar la comprensión del estudiante acerca del proceso de generalización de patrones	Proponer acciones para apoyar el proceso de generalización de patrones	Estadios de la generalización
Actividad 1 y 2	Identifica la forma como el alumno cuenta los términos de la sucesión; si lo hace a partir de dibujos para representar cantidades o mediante números.	El alumno debe mostrar que logra continuar la sucesión para términos cercanos.	Se determina la oportunidad pedagógica para mejorar y anticipar la posible estrategia que utilizará el estudiante en la siguiente pregunta.	El alumno determina términos cercanos de la sucesión. No coordina las estructuras numéricas ni espacial; esto le impide calcular elementos de términos lejanos.
Actividad 3 y 4	Identifica la forma como el alumno cuenta: si utiliza dibujos para representar cantidades o números para facilitar la manipulación de la sucesión de cualquiera de sus términos, por lo que coordina las estructuras espacial y numérica; esto le permite establecer una relación funcional de forma verbal para hallar los elementos de términos lejanos.	El alumno debe coordinar las estructuras espacial y numérica.	Se determina la oportunidad pedagógica para mejorar y anticipar la posible estrategia que utilizará el estudiante en la siguiente pregunta.	El alumno debe coordinar las estructuras espacial y numérica, y con ello reconocer una relación funcional y expresarla en una regla general para hallar el número de elementos de cualquier término de la sucesión.
Actividad 5	Identificar la forma en que el alumno coordina las estructuras espaciales y numéricas para reconocer la relación funcional, y si es capaz de invertir dicha relación.	El alumno debe mostrar que identifica la relación inversa y comprobar la función realizada.	Se determina la oportunidad pedagógica para mejorar y anticipar la posible estrategia que utilizará en la siguiente pregunta.	El alumno identifica la relación inversa, lo cual le permitirá invertir la relación en casos específicos.
Actividad 6	Identifica la forma como el alumno reconoce la relación funcional y expresa verbalmente la regla general como una relación funcional.	El alumno debe mostrar verbalmente el proceso de generalización.	Se determina la oportunidad pedagógica para ampliar la comprensión del proceso de generalización.	El alumno calcula cualquier término de la secuencia numérica.

Una vez interpretadas las evidencias identificadas, el profesor debe proponer una acción al estudiante para que transite de un estadio de comprensión al siguiente en el proceso de generalización de patrones. En la Tabla 4 se presentan las acciones propuestas por el profesor de acuerdo con la estrategia y el estadio interpretado a partir del inciso anterior.

Tabla 4. Acciones para la comprensión de generalización de patrones

Estrategias de resolución de problemas	Estadios de comprensión de la generalización de patrones	Decidir acciones para mejorar el proceso de generalización de patrones numéricos
Directa	Estadio 1	Acción 1: Sugerir representar con dibujos la relación funcional que haya identificado.
	Estadio 2	Acción 2: Sugerir describir la relación inversa; puede representarlo con dibujos.
	Estadio 3	Acción 3: Sugerirle un nuevo valor para calcular el término de la secuencia; puede representarlo con dibujos.
Estrategia aditiva	Estadio 1	Acción 4: Sugerir identificar la relación funcional a partir del incremento del patrón de forma repetida de la primera figura hasta el término solicitado.
	Estadio 2	Acción 5: Sugerir identificar la relación inversa a partir del incremento del patrón de forma repetida de la primera figura hasta el término solicitado.
	Estadio 3	Acción 6: Sugerirle un nuevo valor para calcular el término de la secuencia, a partir del incremento de forma repetida de la primera figura hasta el término solicitado.
Estrategia funcional	Estadio 1	Acción 7: Sugerir identificar la relación funcional al relacionar dos variables: la posición de una figura y el número de elementos.
	Estadio 2	Acción 8: Sugerir identificar la relación inversa al relacionar dos variables: la posición de una figura y el número de elementos.
	Estadio 3	Acción 9: Sugerirle un nuevo valor para calcular el término de la secuencia a partir de relacionar dos variables: la posición de una figura y el número de elementos.
Estrategia proporcional	Estadio 1	Acción 10: Sugerir identificar la relación funcional al relacionar dos variables: la posición de una figura y el número de elementos.
	Estadio 2	Acción 11: Sugerir identificar la relación inversa al relacionar dos variables: la posición de una figura y el número de elementos.
	Estadio 3	Acción 12: Sugerirle un nuevo valor para calcular el término de la secuencia a partir de relacionar dos variables: la posición de una figura y el número de elementos.

Implementación

Se trabajó con un grupo de 19 estudiantes, cuyas edades oscilaban entre los 15 y 55 años, por lo que es probable que algunos de ellos dejaron de estudiar por varios años. Las actividades se publicaron en el foro de novedades (espacio dedicado a la notificación de criterios y aspectos a considerar en la realización de actividades académicas), de la plataforma educativa. A los estudiantes se les pidió interactuar con sus compañeros, y el profesor intervino para propiciar un diálogo entre ellos; también hizo observaciones del procedimiento seguido por los estudiantes en las actividades. El propósito era que los alumnos argumentaran sus respuestas para analizar esa información.

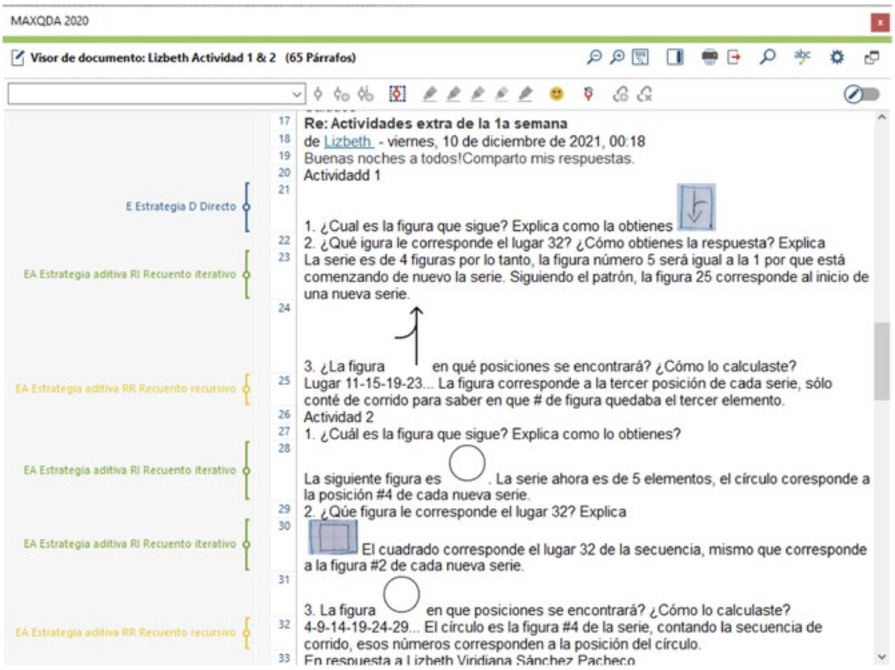
Se identificó que el desconocimiento de los estudiantes sobre cómo utilizar los foros de discusión fue uno de los mayores obstáculos para hacer las actividades. Por ello, el profesor produjo un video-tutorial para explicar el tema: desde la ubicación de los foros en la unidad de aprendizaje hasta cómo aprovechar la opción de carga de documentos. En el video también se indicaron las reglas y el tiempo de participación.

Asimismo, para propiciar la participación de los estudiantes, se asignó un valor al trabajo realizado en los foros; al final del periodo, quienes participaran tendrían un punto extra cada semana. Con el mismo fin, en la nueva propuesta, las actividades se distribuyeron en todo el ciclo escolar, para permitirles resolver la actividad asignada cada semana.

Análisis de datos

Para realizar el análisis de los datos se descargaron las conversaciones de los foros de discusión, así como los documentos que los estudiantes compartieron en cualquiera de los formatos especificados (Word, PDF o imagen). Con esta información se generó una base de datos para relacionar los documentos digitales generados de la plataforma educativa con el trabajo realizado, y posteriormente codificarlo como se muestra a continuación (Figura 4).

Figura 4. Ejemplo de codificación

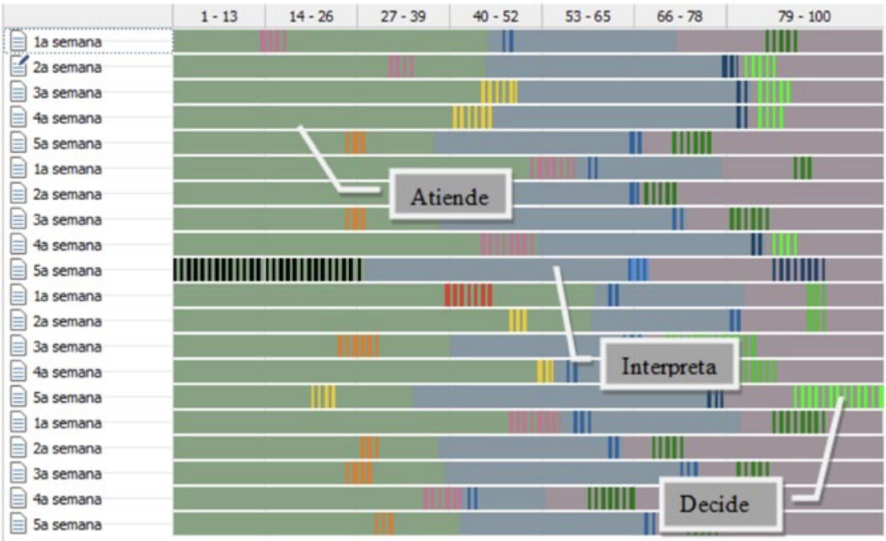


Nota: Esta imagen es de baja resolución de origen.

Por tanto, fue necesario clasificar las estrategias de resolución de problemas de generalización de patrones numéricos para clasificar la participación de los estudiantes en la resolución de los problemas planteados (Atiende), así como incluir las clasificaciones de los tres estadios en el proceso de generalización de patrones (Interpreta).Finalmente, se desarrolló una escala de decisión para responder a los estudiantes y guiarlos a un mayor nivel de comprensión al resolver problemas de generalización de patrones numéricos (Decide). Las calificaciones varían de 4 a 0, donde 4 indica que se tomaron múltiples decisiones para identificar los siguientes pasos lógicos para avanzar en el pensamiento del estudiante.

De esta forma se analizaron las interacciones entre cada estudiante y el profesor, una a una, y de principio a fin para cada actividad. Cada vez que se reconoció una estrategia en el trabajo de un estudiante, se realizaron dos interpretaciones: una correspondiente a la estrategia utilizada por el alumno y otra correspondiente al estadio en que se ubicó al estudiante en el proceso de generalización de patrones. De igual modo, se determinaron las acciones tomadas por el profesor en cada caso.

Figura 5. Resumen de codificaciones

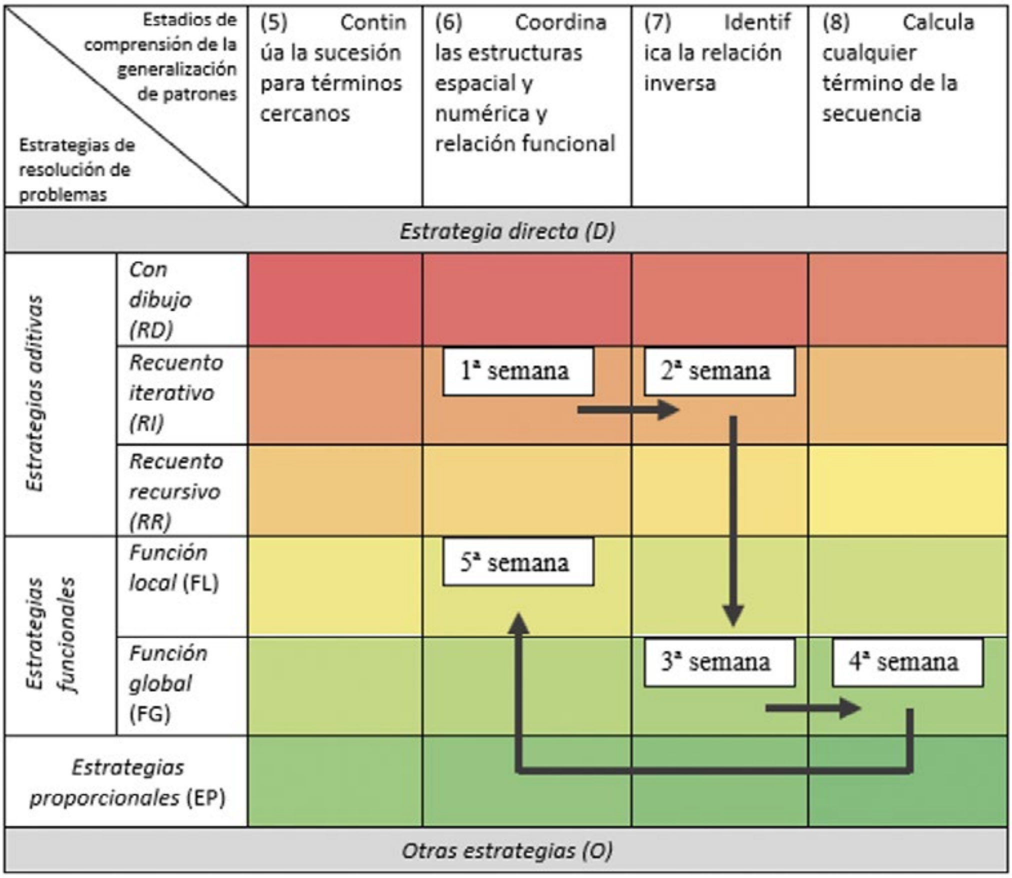


Nota: Esta imagen es de baja resolución de origen.

Resultados

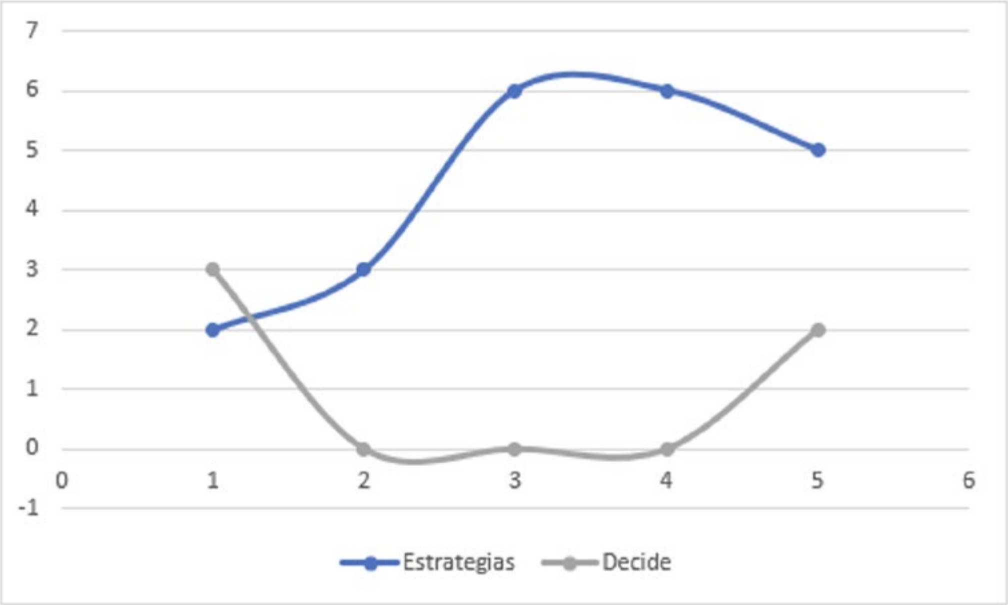
Se presenta en un análisis fino, el trabajo de una estudiante (Figura 6), en el que es posible ver que el profesor reconoció tres tipos de estrategias ejecutadas durante las actividades, la aditiva iterativa y las estrategias función local y global. También interpreto que la estudiante transitó por los estadios de reconocimiento de una relación funcional y de identificación de la relación inversa. El profesor decidió optar por las acciones: sugerirle un nuevo valor para calcular el término de la secuencia; describir la relación inversa y sugerirle un nuevo valor para calcular el término de la secuencia para ayudar a la estudiante a transitar entre los estadios.

Figura 6. Desarrollo de la comprensión de la generalización de patrones de una estudiante



A partir de los valores generados, se generó una gráfica (Figura 7) sobre el proceso que siguió la estudiante (curva en color azul), y otra sobre las participaciones del profesor (curva gris). En la curva de la estudiante se observa que hay un cambio de la primera a la segunda semana, y que la acción que toma el profesor en la primera semana es mayor a la de las siguientes. Por ello, se puede inferir que la intervención del profesor tuvo un efecto para que la estudiante pasara de un estadio de comprensión al siguiente: de reconocer una relación funcional y expresarla en una regla general, a identificar la relación inversa. También se observa que, para la estudiante, la actividad de la semana 5 tuvo mayor complejidad y demandó mayor participación del profesor.

Figura 7. Resumen de codificaciones identificadas a un estudiante



Conclusiones

Así como en la educación presencial, la intervención del profesor fue esencial en la experiencia de educación a distancia para garantizar que los estudiantes modificaran sus estrategias, con el fin mejorar el proceso de generalización de patrones. También se constató que la configuración del escenario de la educación a distancia es fundamental para llevar a cabo estas acciones, pues las dificultades en el proceso de comunicación pueden alterar significativamente los resultados.

Las evidencias obtenidas en este trabajo muestran la importancia del diseño y selección de las actividades que se implementan en la educación a distancia en línea, con base en ejemplos de problemas de generalización de patrones numéricos que impliquen distintas estrategias de resolución. Además, es relevante discutir, por los medios disponibles en esta modalidad, las dificultades y acciones que propicien un avance en el proceso de generalización. A partir del diseño de las actividades, el profesor reconoce las estrategias empleadas, e interpreta el entendimiento de los estudiantes para decidir cómo proceder y emitir la respuesta que se brindará. De acuerdo con los resultados obtenidos, se concluye que los elementos de la mirada profesional pueden ser utilizados como un marco de trabajo para el profesor en la educación a distancia en línea durante la resolución de problemas de generalización de patrones numéricos.

Los conocimientos y experiencia del profesor con los estudiantes también son factores que podrían apoyar el proceso de generalización de patrones y, con ello, ubicar el estadio de comprensión e identificar un próximo problema que sea accesible para la comprensión del alumno.

Una consideración importante para el profesor sobre la generalización de patrones es promover actividades que ayuden a los estudiantes a comprender de manera autodidáctica el desarrollo de estrategias para la generalización de patrones. Las actividades deben ser una guía hacia un camino de desafíos alcanzables, pero comprensibles para ellos.

Referencias

Arango, M. (abril de 2004). Foros virtuales como estrategia de aprendizaje. *Debates Latinoamericanos*, 2(2). https://revistas.rlcu.org.ar/index.php/Debates/article/view/33/19

Callejo de la Vega, M. L., y Zapatera Llinares, A. (2011). Nivel de éxito y flexibilidad en el uso de estrategias resolviendo problemas de generalización de pautas lineales. En Marín, Margarita; Fernández, Gabriel; Blanco, Lorenzo J.; Palarea, María Mercedes (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XV* (pp. 599–610). Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática. https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=-3731357Callejo, M. L., y Zapatera, A. (2017). Prospective primary teachers' noticing of students' understanding of pattern generalization. Journal of Mathematics Teacher Education, 20(4), 309-333. https://doi.org/10.1007/s10857-016-9343-1

Callejo de la Vega, M. L., y Zapatera Llinares, A. (2018). El conocimiento matemático y la mirada profesional de estudiantes para maestro en el contexto de la generalización de patrones. Caracterización de perfiles. *Revista Complutense de Educación*, 29(4). https://doi.org/10.5209/RCED.55070

Davydov, V. V. (2008). *Problems of developmental instruction: A Theoretical and Experimental Psychological Study.* Nova Science Publishers.De las Mercedes Moya, M. (2008). La utilización de los foros en la enseñanza de la matemática mediada por tecnología digital (tesis doctoral, Universidad Nacional de La Plata). http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/4166/Documento_completo__.pdf?sequence=1

Flores, Á. y Chávez, G. (2013). Generalización en el estudio de funciones lineales. En Flores, R. (Ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 1059-1066). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. http://funes.uniandes.edu.co/4202/1/FloresGeneralizacionALME2013.pdf

García Aretio, L. (2021). COVID-19 y educación a distancia digital: preconfinamiento, confinamiento y posconfinamiento. *Revista Iberoamericana de Educación a Distancia, 24*(1), 9-32. https://www.redalyc.org/jatsRepo/3314/331464460001/331464460001.pdf

Hart, J. (s.f.). *Top 100 Tools for Learning* 2023. https://www.toptools4learning.com

Jacobs, V. R., Lamb, L. L. y Philipp, R. A. (marzo de 2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education, 41*(2), 169–202. https://www.jstor.org/stable/20720130

Tularam, G. A. (2018). Traditional vs Non-traditional Teaching and Learning Strategies-the case of E-learning! *International Journal for Mathematics Teaching and Learning, 19*(1), 129-158. https://doi.org/10.4256/ijmtl.v19i1.21

Mason, J. (1999). La incitación al estudiante para que use su capacidad natural de expresar generalidad: las secuencias de Tunja. *Revista EMA, 4*(3), 232-247. http://funes.uniandes.edu.co/1100/1/56_Mason1999Incitaci%C3%B3n_RevEMA.pdf

________ (2002). *Researching Your Own Practice: The Discipline of Noticing.* Routledge. https://doi.org/10.4324/9780203471876

Radford, L. (2006). Algebraic Thinking and the Generalization of Patterns: A Semiotic Perspective [Presentación plenaria]. En Alatorre, S., Cortina, J.L., Sáiz, M., y Méndez, A.(Eds.). *Proceedings of the 28th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education.*

________ (2008). Iconicity, and contraction: a semiotic investigation of forms of algebraic generalizations of patterns in different contexts. *ZDM Mathematics Education,* 40, 83-96. https://doi.org/10.1007/s11858-007-0061-0

________ (2010). Layers of generality and types of generalization in pattern activities. *PNA, 4*(2), 37-62. https://revistaseug.ugr.es/index.php/pna/article/view/6169/5485

________ (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal,* 26, 257-277. https://link.springer.com/article/10.1007/s13394-013-0087-2Rivera, F. D. (2010). Visual templates in pattern generalization activity. Educational Studies in Mathematics, 73(3), 297-328. https://doi.org/10.1007/s10649-009-9222-0

__________ (2013). *Teaching and learning patterns in school mathematics. Psychological and Pedagogical Considerations*. Springer. https://link.springer.com/book/10.1007/978-94-007-2712-0

Sherin, M., Jacobs, V. R. y Philipp, R. A. (Eds.) (2011). *Mathematics Teacher Noticing. Seeing Through Teachers' Eyes*. Routledge. https://www.routledge.com/Mathematics-Teacher-Noticing-Seeing-Through-Teachers-Eyes/Sherin-Jacobs-Philipp/p/book/9780415878630

Smith, E. (2008). Representational Thinking as a Framework for Introducing Function in the Elementary Curriculum. En J. J. Kaput, D. W. Carraher y M. L. Blanton (Eds.), *Algebra in the early grades* (pp. 133-160). Routledge.